Den mathematiske Classe.

Professor *Ramus* har forelagt Selskabet en Afhandling om Resten i Lagranges Række. Herved forstaaes den Störrelse r_n, som giver:

$$f\beta = fa + \varphi a . f'a . \frac{y}{1} + \frac{d.(\varphi a)^2 f'a}{da} . \frac{y^2}{1.2} + \frac{d^2.(\varphi a)^3 f'a}{da^2} . \frac{y^3}{1.2.3} \cdots + \frac{d^{n-2}.(\varphi a)^{n-1} f'a}{da^{n-2}} . \frac{y^{n-1}}{1.2 \ldots n-1} + r_n,$$

hvor f og φ ere hvilkesomhelst Functioner og β er den mindste Rod i Ligningen

$$x = a + y\varphi x.$$

Forskjellige almindelige Udtryk for r_n lade sig finde, hvis Rigtighed bagefter pröves derved, at de tilfredsstille Differentsligningen

$$r_n = \frac{d^{n-1}.(\varphi a)^n f'a}{da^{n-1}} . \frac{y^n}{1.2 \ldots n} + r_{n+1}$$

idet de tillige for en speciel Værdie af n gjöre ovenstaaende Formel for $f\beta$ identisk, eller derved at de i det specielle Tilfælde, hvor $\varphi x = 1$, reduceres til det bekjendte Udtryk for Resten r'_n i den Taylorske Udvikling for $f(a+y)$:

$$r'_n = \frac{y^n}{1.2 \ldots n-1} \int_0^1 f^n[a + y(1-z)] . z^{n-1} dz.$$

F. Ex. man har

$$r_n = \frac{(-1)^n}{1.2 \ldots (n-2).2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{-u\sqrt{-1}} du \int_0^1 \frac{d^{n-1} \left\{ f'[a + e^{-u\sqrt{-1}}(1-z)] l.[1 - y e^{u\sqrt{-1}} \varphi[a + e^{-u\sqrt{-1}}(1-z)]] \right\}}{dz^{n-1}} z^{n-2} dz$$

hvor $l.$ betegner den Neperske Logarithme. Det Udtryk, som Cauchy har givet (Mém. de l'acad. roy. des sc. de l'institut de France, T. VIII, pag. 133), har vel en reel Form, og afhænger blot af en enkelt Integration, men er dog mindre simpelt, eftersom det indeholder explicite selve den sögte Rod β. Ogsaa haves fölgende Udtryk

$$r_n = y^n \Pi . \frac{(\varphi x)^n f'x}{(x-a)^{n-1}} \int_0^1 \frac{z^{n-1} dz}{x - a - y\varphi x . z},$$

idet $\Pi . F(x, y)$ betegner Coefficienten for $\frac{1}{\varepsilon}$ i Udviklingen af $F(a+\varepsilon, y)$ efter positive og negative Potentser af ε, efterat Functionen först er bleven udviklet efter stigende Potentser af y. — Den Form, hvorunder Laplace har fremstillet Lagranges Række, giver ikke Anledning til nogen særegen Undersögelse med Hensyn til Resten; thi Laplaces Række kan umiddelbart udledes af Lagranges ved at sætte $x = F_1 z$ og forandre Functionerne φ og f til φF og fF, idet F og F_1 betegne to hvilkesomhelst Functioner, som ere omvendte af hinanden.

Professor *Jürgensen* har forelagt Selskabet nogle Bemærkninger i Anledning af en Afhandling af Professor *Richelot* i Königsberg om nogle bessemte Integraler. I denne Afhandling, der findes i Crelles Journal für die Mathematik 21ster Bd. S. 293—327, har Prof. *Richelot* betragtet Integraler af Formen $\int(Pdx : Q^\mu)$, hvor P og Q ere rationale Functioner af x, og μ en egentlig Brök, og viist, at naar dette Integral tages mellem to og to af de Værdier, der bringe Tæller og Nævner af Q til at forsvinde, saa vil Summen af de derved fremkommende bestemte Integraler kunne udtrykkes ved $\pi : \sin \mu\pi$, multipliceret med en algebraisk Function af hine Grændseværdier. Ved at sammenligne de Formler, der fremstille denne Summation af bestemte Integraler, med den Formel for Decompositionen af en Brök med irrational Nævner, som Forf. af ovennævnte Bemærkninger har fremsat i en Afhandling om denne Gjenstand, der findes i Selskabets physiske og mathematiske Skrifter 8de Deel S. 1—15, bliver man strax en paafaldende Lighed vaer, og ved nærmere Undersögelse viser det sig ogsaa, at Prof. *Richelots* Theorier ere specielle Tilfælde deraf. Da Decompositionen af en bruden Function med irrational Nævner paa det anförte Sted var foretagen ved Hjelp af Differentiation og Integration med bruden Index, for at paavise en mærkelig Analogie, hvorom her ikke er Tale, saa er Decompositionsformlen först udledt uden at anvende dette Slags Differentiation, og derhos givet sin almindeligste Skikkelse med Hensyn til det Tilfælde, at Brökens Tæller ikke er af lavere Grad end dens Nævner; Antagelsen af specielle Værdier giver dernæst saavel Professor *Richelots* Hovedtheorier, som en Mængde andre lignende mere eller mindre omfattende Formler.
